

РЕГРЕССИОННЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПОГОЛОВЬЯ  
НОВОРОЖДЕННЫХ ТЕЛЯТ В РЕСПУБЛИКЕ БЕЛАРУСЬ

Борисевич М.Н.

УО «Витебская ордена «Знак Почета» государственная академия ветеринарной медицины»,  
г. Витебск, Республика Беларусь

Приведены регрессионные математические модели поголовья новорожденных телят в Республике Беларусь, корректно представляющие статистические данные за период с 1989 по 1998 г. **Ключевые слова:** математические модели, регрессия, новорожденные телята.

REGRESSION MATHEMATICAL POPULATION MODELS  
OF NEWBORN CALVES IN THE REPUBLIC OF BELARUS

Borisevich M.N.

Vitebsk State Academy of Veterinary Medicine, Vitebsk, Republic of Belarus

Regression mathematical models of the number of newborn calves in the Republic of Belarus are given, correctly presenting statistical data for the period from 1989 to 1998. **Keywords:** mathematical models, regression, newborn calves.

**Введение.** Важной задачей в ветеринарной медицине является задача нахождения связи между двумя случайными величинами [1]. Для практических приложений представляет интерес модель зависимости между ними, открывающая широкие перспективы по предсказанию и прогнозированию одной величины по конкретным значениям другой [2, 3].

Для решения таких задач можно рекомендовать методы регрессионного анализа [4, 5]. Они позволяют не только оценить связь между величинами, но и установить также их функциональную зависимость. Последняя, как известно, представляется с помощью математической модели. В обычном представлении математическая модель – это уравнение, связывающее зависимую переменную с переменной независимой. При этом учитываются различные факторы и предположения. Описывающая уравнение функция называется функцией регрессии. Она может зависеть от целого ряда неизвестных параметров (по-другому их называют коэффициентами). Если функция регрессии линейна относительно параметров (но необязательно линейна относительно независимой переменной), то говорят о линейной модели регрессии. В других случаях модель называется нелинейной.

**Материалы и методы исследований.** В настоящей статье приведено решение задачи по построению регрессионных моделей общего поголовья новорожденных телят, полученных в Республике Беларусь в разные периоды времени, начиная с 1989 по 1998 гг. (всего за 10 лет) [1, 2].

В результате численных экспериментов получены зависимости, которые представлены на рисунках 1 и 2. Здесь отложены: по оси абсцисс – годы, цифре 1 соответствует 1989 г., 2 – 1990 г., 3 – 1991 г. и т.д.; по оси ординат – поголовье телят, полученных в РБ (тыс. голов). Точками показаны значения, заимствованные из материалов официальной статистической отчетности, кривые построены в соответствии с используемыми регрессионными моделями (перечень моделей представлен в таблице 1).

Графики позволяют визуально оценить имеющиеся различия между данными ветеринарной отчетности и расчетными данными, полученными в вычислительных экспериментах с группой регрессионных моделей: на рисунке 1 это серия полиномиальных моделей, различающихся значением показателя степени ( $m = 1, 2, 3, 4, 5$ ), на рисунке 2 – группа из трех моделей – двух логарифмических (десятичной и натуральной) и экспоненциальной (таблица 1).

**Результаты исследований.** Выполним визуальный анализ рисунка 1. Видно, что полиномиальная функция первой степени (рисунок 1, а) неудовлетворительно описывает статистические данные. Отчетливо выражен разброс фактических точек в позициях модельной кривой, почти все они находятся за ее пределами. Есть, таким образом, основания предполагать, что значения коэффициента детерминации  $D$ , описывающего величину разброса, будут невысокими. Анализируя соответствующие

данные таблицы 1, приходим к заключению: выражения  $\sum_{i=1}^n (y_i^+ - \bar{y})^2$  и  $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ , задающие  $D$ , дей-

ствительно различаются между собой незначительно, как следствие этого,  $D < 1$  и равно 0,807. Это значит, что полиномиальная функция первой степени описывает данные официальной ветеринарной статистики с точностью  $\eta = 76\%$ , погрешность представления  $(1 - \eta) = 24\%$ . Если ветеринарного специалиста такая точность устраивает, то он может воспользоваться предложенной моделью для аналитического описания поголовья новорожденных телят. В противном случае ему следует обратиться к другим регрессионным моделям, представленным в таблице 1.

Из таблицы 1 видно также, что математическая модель регрессии для обсуждаемого случая имеет самый простой вид. Она является линейной моделью и определяется только двумя коэффициентами  $\theta_0 = 1852,67$  и  $\theta_1 = 78,85$ .

Чтобы воспользоваться моделью на практике, достаточно вместо переменной  $x$  подставить в формулу порядковый номер года. После несложных вычислений можно прийти к нужному поголовью.

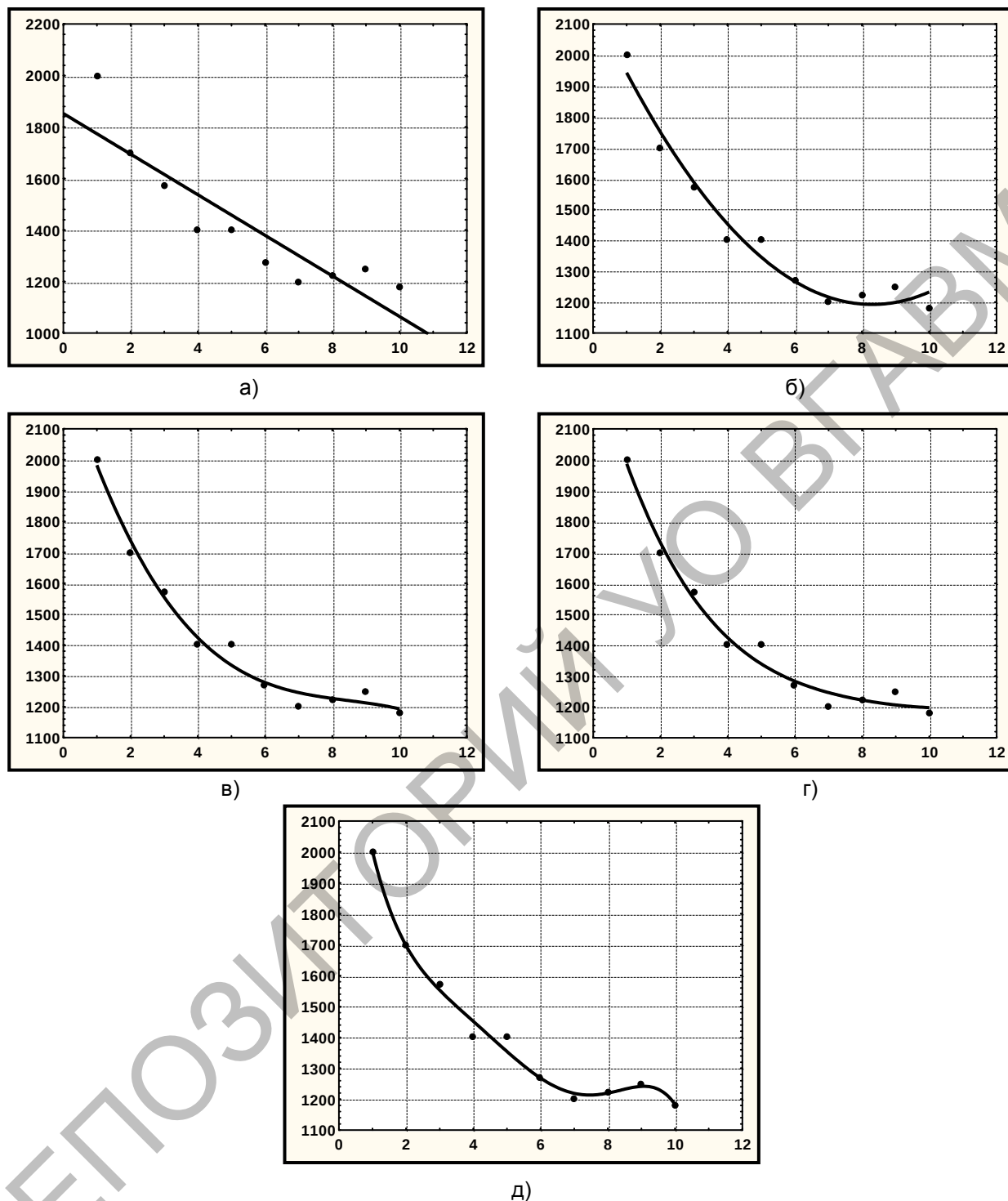
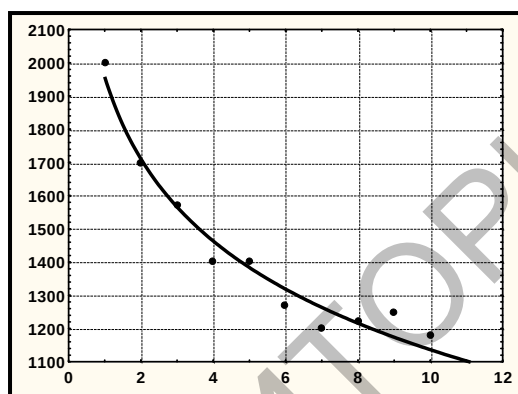


Рисунок 1 - Полиномиальные функции различных степеней: первой (а), второй (б), третьей (в), четвертой (г); пятой (д)

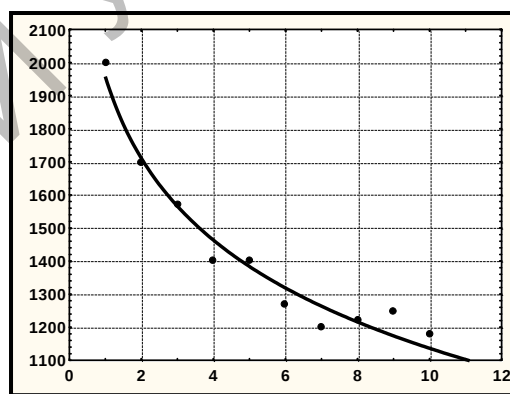
Визуальный анализ рисунка 1, б показывает, что полиномиальная функция второй степени описывает статистические данные лучше, чем линейная модель. Можно, например, отметить меньший разброс точек в области модельной кривой и их близкое взаимное расположение. По этой причине значение  $D$  здесь выше, чем в предыдущем случае (для линейной модели  $D=0,807$ , для квадратичной –  $0,971$ ). Аналитическое соотношение сложнее, модель относится к классу нелинейных регрессионных моделей и описывается тремя параметрами (в предыдущем случае их было два):  $\theta_0 = 2161,83$ ,  $\theta_1 = -233,43$ ,  $\theta_2 = 14,05$ .

Таблица 1 - Вид регрессии, ее математическая модель, значения вспомогательных выражений и ошибка регрессии D

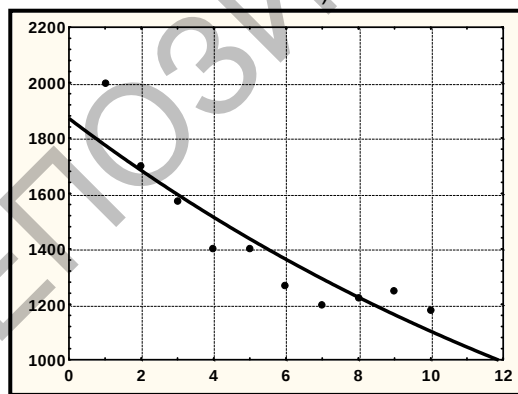
| №<br>п/<br>п | Вид регрессии                             | Математическая модель регрессии                                                   | $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ | $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ | D     | $\eta$ |
|--------------|-------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-------|--------|
| 1.           | Полиномиальная функция первой степени     | $y = 1852,67 - 78,85 * x$                                                         | 512929,1                         | 635490                           | 0,807 | 0,76   |
| 2.           | Полиномиальная функция второй степени     | $y = 2161,83 - 233,43 * x + 14,05 * x^2$                                          | 617548,1                         | 635490                           | 0,971 | 0,91   |
| 3.           | Полиномиальная функция третьей степени    | $y = 2297,33 - 353,61 * x + 40,11 * x^2 - 1,57 * x^3$                             | 614593,1                         | 635490                           | 0,967 | 0,91   |
| 4.           | Полиномиальная функция четвертой степени  | $y = 2335,83 - 402,97 * x + 58,17 * x^2 - 4,04 * x^3 + 0,11 * x^4$                | 632963,7                         | 635490                           | 0,996 | 0,94   |
| 5.           | Полиномиальная функция пятой степени      | $y = 2693,33 - 992,30 * x + 367,54 * x^2 - 73,21 * x^3 + 6,98 * x^4 - 0,25 * x^5$ | 676348,5                         | 635490                           | 1,064 | 1,00   |
| 6.           | Логарифмическая функция (по основанию 10) | $y = 1957,73 - 821,27 * \log(x)$                                                  | 615204,2                         | 635490                           | 0,968 | 0,91   |
| 7.           | Логарифмическая функция (по основанию e)  | $y = 1957,73 - 356,67 * \ln(x)$                                                   | 615193,7                         | 635490                           | 0,968 | 0,91   |
| 8.           | Экспоненциальная функция                  | $y = 1870,87 * \exp(-0,0529 * x)$                                                 | 460012,7                         | 635490                           | 0,723 | 0,68   |



а)



б)



в)

Рисунок 2 - Логарифмические функции: по десятичному основанию (а), по натуральному основанию (б); экспоненциальная функция (в)

Точность, с которой квадратичная модель воспроизводит исходные данные, составляет  $\eta = 91\%$ , что почти в 1,2 раза больше, чем для предыдущего случая. На практике модель можно использовать лишь с одной оговоркой – получаемые с ее помощью данные отличаются от исходных в пределах 9%.

Полиномиальная функция третьей степени (рисунок 1, в) также неплохо приближает статистические данные. Для нее коэффициент детерминации  $D=0,967$  (таблица 1), что лишь немногим меньше

предыдущего случая. Зато математическое соотношение сложнее – требуется уже четыре параметра для описания исходной статистической зависимости:  $\theta_0 = 2297,33$ ,  $\theta_1 = -353,61$ ,  $\theta_2 = 40,11$  и  $\theta_3 = -1,57$ . Точность приближения фактических данных и погрешности – на уровне предыдущей модели.

Полиномиальная функция четвертой степени (рисунок 1, г) лучшим образом определяет статистические точки по сравнению с предыдущей моделью. Для нее коэффициент детерминации близок к единице ( $D=0,996$ ), отличаясь лишь сотыми долями 0,004. Это составляет 0,4% регрессионных погрешностей. Хотя для корректного построения модели требуется пять параметров ( $\theta_0 = 2335,83$ ,  $\theta_1 = -402,97$ ,  $\theta_2 = 58,17$ ,  $\theta_3 = -4,04$  и  $\theta_4 = 0,11$ ), ее можно рекомендовать к практическому применению. При этом достигается почти 94%-точность совпадения с фактическими данными, уровень погрешностей – не выше 6%.

Наилучшее приближение к исходным данным достигается с помощью полиномиальной функции пятой степени (рисунок 1, д). Для ее построения требуется уже шесть параметров ( $\theta_0 = 2693,33$ ,  $\theta_1 = -992,30$ ,  $\theta_2 = 367,54$ ,  $\theta_3 = -73,21$ ,  $\theta_4 = 6,98$  и  $\theta_5 = -0,25$ ). За счет этого обеспечивается почти 100% точность воспроизведения фактических данных.

Резюмируя анализ рисунка 1, отметим, что в целом полиномиальная функция аппроксимирует исходные данные с удовлетворительной степенью точности. Исключение составляет линейная модель – ее представление не отличается высоким значением точности (около 76%), на заметной отметке остается и уровень погрешностей – 24%. Вместе с тем для практических вычислений можно использовать любую модель полиномиальной функции. При этом важно помнить, с какой ошибкой она описывает исходные данные. Для почти безошибочных расчетов предпочтительнее использовать функцию пятой степени.

Перейдем теперь к визуальному анализу зависимостей рисунка 2. Напомним, что здесь рассматриваются три регрессионные модели: рисунок 2, а – логарифмическая десятичная (по основанию 10), рисунок 2, б – логарифмическая натуральная (по основанию  $e$ ) и рисунок 2, в – экспоненциальная.

Логарифмические функции (рисунок 2, а, б) неплохо аппроксимируют статистические данные (значения  $D$  для обеих функций одинаковы и равны 0,968). Вид функций несложен, для построения моделей требуются всего два параметра  $\theta_0$  и  $\theta_1$ . Ошибка, с которой функции описывают поголовье телят, не выше 9%.

Экспоненциальная функция (рисунок 2, в) не приводит к желаемому результату. Она крайне плохо приближает расчетные данные к данным официальной статистики (для нее характерен самый низкий коэффициент детерминации среди всех обсуждаемых моделей, равный 0,723), а, следовательно, уровень ошибок аппроксимации здесь достаточно высок, чтобы не применять эту модель в практических целях (32%).

**Заключение.** Таким образом, регрессионные кривые, рассмотренные в настоящей работе, с различной степенью точности описывают данные официальной ветеринарной статистики. Наилучших результатов можно достичь при использовании полиномиальной кривой пятой степени:

$$y = 2693,33 - 992,30 * x + 367,54 * x^2 - 73,21 * x^3 + 6,98 * x^4 - 0,25 * x^5,$$

где  $x$  – порядковый номер года, начиная с 1989 г.

С ее помощью аппроксимация исходных данных может быть осуществлена почти с нулевой погрешностью. В ряде случаев, когда не требуется такая высокая точность регрессионного приближения, можно рекомендовать использование и более простых линий регрессии – полиномиальной функции второй степени (с погрешностью 9%) и логарифмических кривых (с ошибками приблизительно на том же уровне). В качестве первого приближения допускается использование линейного уравнения регрессии (полиномиальной функции первой степени), обеспечивающего уровень ошибки в пределах 24%.

**Литература.** 1. Гурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гурман. – Москва : Высшая школа, 2002. – 359 с. 2. Акмуллин, А. И. Прогнозирование потребности ветеринарных специалистов / А. И. Акмуллин, И. Н. Никитин // Ветеринария. – 2004. – № 5. – С. 9–11. 3. Трофимов, А. Продуктивность первотелок можно прогнозировать / А. Трофимов, В. Тимошенко, А. Музыка // Животноводство России. – 2004. – № 8. – С. 9–10. 4. Реброва, О. Ю. Статистический анализ медицинских данных. Применение пакета прикладных программ STATISTICA / О. Ю. Реброва. – Москва : МедиаСфера, 2002. – 312 с. 5. Сырцова, Л. Е. Основы эпидемиологии и статистического анализа в общественном здоровье и управлении здравоохранением / Л. Е. Сырцова, И. И. Косаговская, М. В. Авксентьева. – Москва : МедиаСфера, 2003. – 56 с. 6. Ломако, Ю. В. Эпизоотический мониторинг колибактериоза новорожденных телят в Республике Беларусь / Ю. В. Ломако, Н. Н.

Андросик // Ветеринарная медицина Беларуси. – 2002. – № 2. – С. 15–17. 7. Русинович, А. А. Математическая модель-прогноз эпизоотического процесса инфекции ВЛКРС / А. А. Русинович // Весці акадэміі аграрных навук Рэспублікі Беларусь. – 2001. – № 3. – С. 60–63.

Статья передана в печать 23.09.2019 г.

УДК 636.083(075.8)

## ВЛИЯНИЕ ВОДЫ, УЛУЧШЕННОЙ КОМПОЗИЦИЕЙ «АЦИДОЛАКТ», НА ПРОДУКТИВНЫЕ КАЧЕСТВА ТЕЛЯТ МОЛОЧНОГО ПЕРИОДА

Горовенко А.Н.

УО «Витебская ордена «Знак Почета» государственная академия ветеринарной медицины»,  
г. Витебск, Республика Беларусь

Установлено, что использование воды, в состав которой вводили композицию «Ацидолакт», в поении телят молочного периода выращивания способствовало повышению среднесуточных приростов живой массы на 5-9%, снижению заболеваемости желудочно-кишечного тракта болезнями на 20%, улучшению картины крови. **Ключевые слова:** вода, продуктивность, композиция «Ацидолакт», телята, кровь.

## THE INFLUENCE OF WATER IMPROVED WITH THE COMPOSITION «ACIDOLACT» ON THE PRODUCTIVE QUALITIES OF CALVES IN THE PREWEANING PERIOD

Gorovenko A.N.

Vitebsk State Academy of Veterinary Medicine, Vitebsk, Republic of Belarus

It was found that the use of water containing the introduced composition «Acidolact» for watering calves in the preweaning period of growing contributed to the increase of average daily liveweight gain by 5-9%, to the decrease in the incidence of the gastrointestinal tract diseases by 20%, and improved the blood picture. **Keywords:** water, productivity, composition «Acidolact», calves, blood.

**Введение.** Ведущая роль в повышении продуктивности животных всегда принадлежит качеству кормов. Однако нельзя забывать важную составляющую кормления животных – воду, которой, по сравнению с кормами, потребляется в 2-3 раза больше. Все физиологические процессы в организме животных (ассимиляция, диссимиляция, резорбция, диффузия, осмос и др.) протекают в водных растворах органических и неорганических веществ. В жидкой водной среде совершаются процессы пищеварения, усвоение пищи в желудочно-кишечном тракте и синтез веществ в клетках организма [1, 4].

Природная вода не всегда может удовлетворить физиологические и гигиенические потребности животных. В ряде случаев ее потребление может приводить к различным расстройствам здоровья животных, снижению их продуктивности и качества получаемой продукции [5, 6].

Качество питьевой воды оказывает существенное влияние на продуктивность. С водой в организм животных попадает патогенная микрофлора и другие загрязнения. Некачественная вода может ослабить или нейтрализовать действие вакцин, вводимых посредством поения. Кроме того, вода оказывает влияние на работоспособность и длительность работы системы водоснабжения [2, 7].

К сожалению, значение качества питьевой воды в животноводстве очень часто недооценивают. Животные потребляют воды больше, чем корма, поэтому необходимо предотвращать не только попадание в нее патогенных бактерий, но и их развитие. К числу опасных микроорганизмов, которые успешно размножаются в воде, относятся сальмонелла, кишечная палочка, кампилобактерии и т.п. [3, 8].

**Материалы и методы исследований.** Работа выполнялась в условиях РУСХП э/б «Тулово» Витебского района Витебской области, на кафедрах гигиены животных, технологии производства продукции животноводства и в отделе клинической биохимии научно-исследовательского института прикладной ветеринарной медицины и биотехнологии учреждения образования «Витебская ордена «Знак Почета» государственная академия ветеринарной медицины» в 2018-2019 гг.

Объектом исследований служили телята молочного периода в возрасте от 45 до 150 дней. Предметом исследований являлись помещения для молодняка, вода, кровь, прирост живой массы, сохранность, заболеваемость животных.

По принципу аналогов подбирались 4 группы телочек. Первая группа телят была контрольной, второй группе в питьевую воду вводили 0,1% композиции «Ацидолакт», третьей – 0,15% и четвертой – 0,2%.

**Результаты исследований.** Установлено, что использование композиции «Ацидолакт» для улучшения качества воды, применяемой для поения телят молочного периода, дало положительный эффект в формировании их продуктивных качеств. Телята опытных групп охотнее поедали корм и имели более здоровый вид, чем животные контрольной группы.

Энергия роста телят молочного периода представлена в таблице 1.