Ученые записки УО ВГАВМ. - Витебск, 1995. - Т. 32.

УДК 631.333.44

А.Л.ЧИЖЕВСКИЙ

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛИДИСПЕРСНОГО ФАКЕЛА РАСПЫЛА ЖИДКИХ КОМПЛЕКСНЫХ УДОБРЕНИЙ *

Для моделирования процесса осаждения рабочей жидкости на обрабатываемую поверхность необходимо знать распределения объёмов рабочей жидкости в факеле распыла в зависимости от диаметра капель. Это связано с тем, что дальность полета капель, а следовательно, и перераспределение их в процессе осаждения зависят главным образом от размеров капель. Целью наших исследований было определение факторов, влияющих на точность оценок параметров функции счетного распределения диаметров капель, получение функции распределения объёмов жидкости, соответствующих конкретным интервалам изменения диаметров капель, построение доверительных интервалов изменения этих параметров.

Исходный материал получен на лабораторном стенде в ЦНИИМЭСХ путем осаждения капель жидких комплексных удобрений марки 10-34-0 на полиэтиленовую пленку, которая была помещена на масштабную сетку. При этом был использован распылитель типа Teejet, давление жидкости перед распылителем 0,25 МПа, скорость движения распылителя относительно обрабатываемой поверхности 5 м/с, высота осаждения капель 1,5 м. Затем капли жидкости вместе с масштабной сеткой фотографировали на пленку Микрат-200. Измерение размеров изображений капель осуществляли с помощью микроскопа, оснащенного окулярным винтовым микрометром с последующим умножением на коэффициент увеличения и соответствующие каждому значению диаметра коэффициенты растекания капель на сборной поверхности.

Обработка массива диаметров капель численностью $n = 1200$ проводилась по стандартной программе. Среднее арифметическое значение диаметров капель $\bar{x} = 0{,}681$ мм, дисперсия $\mathcal{D} = 0{,}16$ мм, коэффициент вариации $V_x = 0{,}587$.

Проверка гипотезы о соответствии экспериментальных данных

---

* Работа выполнена под руководством академика С.И.Назарова

Ученые записки УО ВГАВМ. - Витебск, 1995. - Т. 32.

выбранному закону распределения с помощью критерия согласия Колмогорова-Смирнова показала, что с вероятностью 0,947 экспериментальные данные соответствуют логарифмически нормальному закону распределения. При этом математическое ожидание логарифма диаметров $\bar{a}(\ln x)$ равно - 0,532, а среднеквадратическое отклонение логарифма диаметров $\bar{\sigma}(\ln x)$ равно 0,545. Дифференциальная функция счетного распределения диаметров капель имеет вид:

$$f(d_к) = (\sigma\cdot\sqrt{2\pi}\cdot d_к)^{-1}\cdot \exp[-(\ln d_к - \bar{a})^2/(2\sigma^2)]. \qquad (I)$$

Параметры этого распределения определяются по формулам /I/:

$$\bar{a}(\ln x) = 2\ln\bar{x} - 0{,}5\ln(\mathcal{D}+\bar{x}^2);$$
$$\bar{\sigma}(\ln x) = \sqrt{\ln(\mathcal{D}+\bar{x}^2) - 2\ln\bar{x}}, \qquad (2)$$

где $\bar{a}(\ln x)$ и $\bar{\sigma}(\ln x)$ математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение логорифмов экспериментальных данных; $\bar{x}$ и $\mathcal{D}$ - математическое ожидание и дисперсия экспериментальных данных.

Относительная средняя квадратическая погрешность $\varepsilon_{\bar{x}}$ определения оценки $\bar{x}$ находится из выражения:

$$\varepsilon_{\bar{x}} = \sigma_{\bar{x}}/\bar{x} = \sigma_x/(\sqrt{n}\cdot\bar{x}) = \nu_x/\sqrt{n}, \qquad (3)$$

где ν_x - коэффициент вариации исходных данных. С учетом того, что дисперсия выборочной дисперсии $\mathcal{D}(\bar{\mathcal{D}})$ для сравнительно больших выборок ($n > 200$) равна /2/:

$$\mathcal{D}(\bar{\mathcal{D}}) = [M_4 - \mathcal{D}^2(x)]/n,$$

относительная средняя квадратическая погрешность $\varepsilon_{\bar{\mathcal{D}}}$ определения оценки $\bar{\mathcal{D}}$ будет равна:

$$\varepsilon_{\bar{\mathcal{D}}} = \sqrt{\alpha_4(x) - 1}/\sqrt{n}, \qquad (4)$$

где $\alpha_4(x) = M_4/\mathcal{D}^2(x)$ - эксцесс распределения; M_4 и Д(x) - четвертый и второй центральные моменты генеральной совокупности.

Используя известные соотношения между центральными и начальными моментами и свойства логарифмически нормального распределения /3/, получены выражения для коэффициента вариации ν_x, эксцесса распределения $\alpha_4(x)$:

$$\nu_x = \sqrt{e^{\sigma^2} - 1};\quad \alpha_4(x) = e^{4\sigma^2} + 2e^{3\sigma^2} + 3e^{2\sigma^2} - 3. \qquad (5)$$

Приведенные результаты свидетельствуют о том, что точность оценок $\bar{x}$ и $\bar{\mathcal{D}}(x)$ зависит не только от численности выборки n, но и от параметра распределения σ.

Средние квадратические отклонения оценок параметров $\bar{a}$, ...

Ученые записки УО ВГАВМ. - Витебск, 1995. - Т. 32.

$\tilde{\sigma}(\ell n x)$ найдены с помощью метода частных производных из выражений (2), рассматривая их как результаты косвенных измерений /4 ,с.IOI-IO3/: $\sigma(\bar{a}) = \partial\bar{a}/\partial x \cdot \sigma_x + \partial\bar{a}/\partial D \cdot \sigma_D - \bar{D}/(\bar{D} + x^2)\cdot(\sigma_{\bar{x}} - 0{,}5\,\sigma_D) + \sigma_{\bar{x}}$,

$$\sigma(\bar{b}) = \partial\bar{b}/\partial x \cdot \sigma_x + \partial\bar{b}/\partial D \cdot \sigma_x \cdot \bar{D}/[2\cdot(\bar{D} + \bar{x}^2)](\sigma_{\bar{D}}/2 - \sigma_{\bar{x}}). \qquad (6)$$

Не имея исчерпывающих сведений о законах распределения случайных величин $a(\ell n x)$ и $\sigma(\ell n x)$, доверительные интервалы их математических ожиданий с 90 % доверительной вероятностью определяются неравенствами:

$$\bar{a} - 1{,}6\,\sigma(a) < a < \bar{a} + 1{,}6\,\sigma(\bar{a});\ \bar{b} - 1{,}6\,\sigma(b) < b < \bar{b} + 1{,}6\,\sigma(\bar{b}) \qquad (7)$$

справедливыми для широкого класса симметричных высокоэнтропийных распределений /4, с.72/. С учетом того, что для исследуемой выборки диаметров капель рассчитанные по выражениям (6) средние квадратические отклонения параметров распределения a и b составили $\sigma(\bar{a}) \approx 0{,}01$; $\sigma(\bar{b}) \approx 0{,}013$, предельные значения этих параметров соответствуют неравенствам:

$$-0{,}548 < a < -0{,}516; \qquad 0{,}524 < b < 0{,}566.$$

Имея дифференциальную функцию счетного распределения диаметров капель $f(d_k)$ можно перейти к дифференциальной функции объёмного распределения $q(d_k)$, воспользовавшись несложным соотношением /5/:

$$q(d_k) = \beta \cdot V_{d_k} \cdot f(d_k),$$

где V_{d_k} - объём капли диаметром d_k; β - коэффициент пропорциональности, определенный из условий нормировки.

Путем преобразования дифференциальной функции распределения (I) в интегральную, аналогичную нормальной функции распределения, получили интегральный закон распределения $Q(d_k)$ объёмов жидкости:

$$Q(d_k) = (\sqrt{2\pi})^{-1} \cdot \int_{-\infty}^{z} e^{-z^2/2}\, dz, \text{ где } z = (\ell n\, d_k - a)/b - 3b. \qquad (8)$$

Используя выражение (8) и таблицы значений нормальной функции распределения, можно определить доли объёмов жидкости, приходящиеся на любые интервалы изменения диаметров капель.

Так в исследуемой выборке при параметрах распределения $\bar{a} = -0{,}532$ и $\bar{b} = 0{,}345$ для интервалов изменения диаметров капель 0...0,5 мм; 0,5...0,85 мм; 0,85...I,I5 мм и свыше I,I5 мм доли объёмов жидкости, приходящиеся на каждый интервал, составляют соответственно $\sigma_1 = 0{,}027$; $\sigma_2 = 0{,}142$; $\sigma_3 = 0{,}175$; $\sigma_4 = 0{,}656$. Максимальные относительные отклонения от указанных величин, обусловленные предельными значениями параметров

Ученые записки УО ВГАВМ. - Витебск, 1995. - Т. 32.

распределения составляют соответственно 0,135; 0,190; 0,131; 0,087. Как видим, наибольшие отклонения имеют место для первого и второго интервалов, однако доля жидкости, приходящейся на них не превышает 17% от общей её массы.

Заключение. Изложенная методика позволяет, исходя из выражения (3, 4, 5) до начала исследований определить необходимую численность исходной выборки, а также установить доверительные интервалы (7) для параметров распределения a и b после статистической обработки исходных данных. Интегральная функция распределения объёмов жидкости (8) и предельные значения параметров распределения позволяют определить доли объёмов жидкости, соответствующие любым интервалам изменения диаметров, а также их точность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Логнормальное распределение (LOGN) // Математическое обеспечение ЕСЭВМ. Изд. 3-е, испр. - Мн., 1983. - Вып. 10. - Ч.6. - С. 42-44.

2. Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики. Изд. 3-е, стереотип. М.: Наука, 1969. - С. 206.

3. Джонсон Н., Лион Ф. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке: Методы обработки данных. - М.: Мир, 1980. - С. 149-151.

4. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. - Л.: Энергоатомиздат, 1985. - 248 с.

5. Фукс Н.А. Механика аэрозолей. - М.: Изд-во АН СССР, 1955. - С. 35-55.