

раскрытия и реализации творческого духовного потенциала личности, особенно личности молодого специалиста, на селе пока нет. Свободное время сельчан в основном занято организацией домашних дел, пассивным общением с друзьями. Поэтому в рамках Государственной программы возрождения села на 2005-2010 годы большая роль отводится созданию агрогородков, где будут сконцентрированы все необходимые социальные объекты, строятся новые дома, что в значительной степени должно улучшить и положение молодых специалистов, способствовать закреплению их на селе.

И все же, какие бы программы, мероприятия ни разрабатывали, во главе решения проблем молодого специалиста стоит конкретный человек – руководитель хозяйства. От его умелого руководства, понимания потребностей

Поступила 14.02.2005 г.

УДК 456.398:721.490.212-309:291

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СОСТОЯНИЯ ИНФЕКЦИОННОЙ ЗАБОЛЕВАЕМОСТИ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ЖИВОТНЫХ

Борисевич М.Н., кандидат физико-математических наук, доцент  
УО «Витебская государственная академия ветеринарной медицины»

В статье суммированы результаты применения математического метода для анализа помесечной динамики заболеваемости сельскохозяйственных животных (крупного рогатого скота). В качестве одной из эпизоотических характеристик были избраны временные соотношения между месячными уровнями заболеваемости туберкулезом и лейкозом. Материалом послужили отчетные данные о помесечной заболеваемости этими инфекционными заболеваниями в ряде областей Республики Беларусь за 12 лет – с 1992 по 2003 г. Сведения о заболеваемости туберкулезом были использованы в абсолютном значении и интенсивных показателях, анализ заболеваемости лейкозом проводился только по интенсивным показателям.

На рис. 1 и 2 представлена динамика заболеваемости туберкулезом в Республике Беларусь. Фактическая заболеваемость приведена в общепринятых показателях, линии трендов (тенденций) вычислены по фактическим данным методом наименьших квадратов при помощи уравнений, сформулированных для периодических функций. Ряд последовательных значений показателей заболеваемости за указанный период отражает определенную закономерность в эпизоотическом процессе. Наблюдается ежегодное закономерное чередование периодов с низким и высоким уровнем заболеваемости, которые приходятся, как правило, на одни и те же сезоны года. Выражен-

и нужд молодого человека будет зависеть дальнейшая трудовая деятельность молодого специалиста. В конечном итоге это сказывается и на обеспечении села квалифицированными кадрами, закреплении их на производстве.

**Литература.** 1. Постановление Совета Министров Республики Беларусь от 14.10.2002 г. № 1423 «Об утверждении Положения о распределении выпускников, которые обучаются за счет республиканского и (или) местных бюджетов в учреждениях образования, обеспечивающих получение профессионально-технического, среднего специального и высшего образования в Республике Беларусь» 2. Постановление Совета Министров Республики Беларусь от 31 августа 2000 г. № 1359 «О мерах по улучшению обеспечения сельскохозяйственных организаций кадрами специалистов». 3. Трудовой кодекс Республики Беларусь.

ная помесечная динамика заболеваемости позволяет предположить наличие зависимости между месячными уровнями. В то же время каждое конкретное значение этого показателя включает и множество случайных элементов. В связи с этим анализируемый ряд можно рассматривать в качестве временного ряда, содержащего некоторую систематическую составляющую (тенденцию) и случайную компоненту.

Для получения количественной характеристики связи между месячными уровнями заболеваемости представлялось целесообразным применить корреляционный анализ, широко используемый при рассмотрении случайных процессов.

Поскольку анализировался временной ряд, то рассматривалась зависимость изучаемого показателя от величины этого же показателя, имеющего место с некоторым запаздыванием во времени. Для получения числовой характеристики такой внутренней зависимости нужно вычислять автокорреляционную функцию, т.к. она характеризует внутреннюю структуру временного ряда.

На первом этапе была рассмотрена общая характеристика связи между месячными уровнями заболеваемости, определяемая коэффициентом автокорреляции:

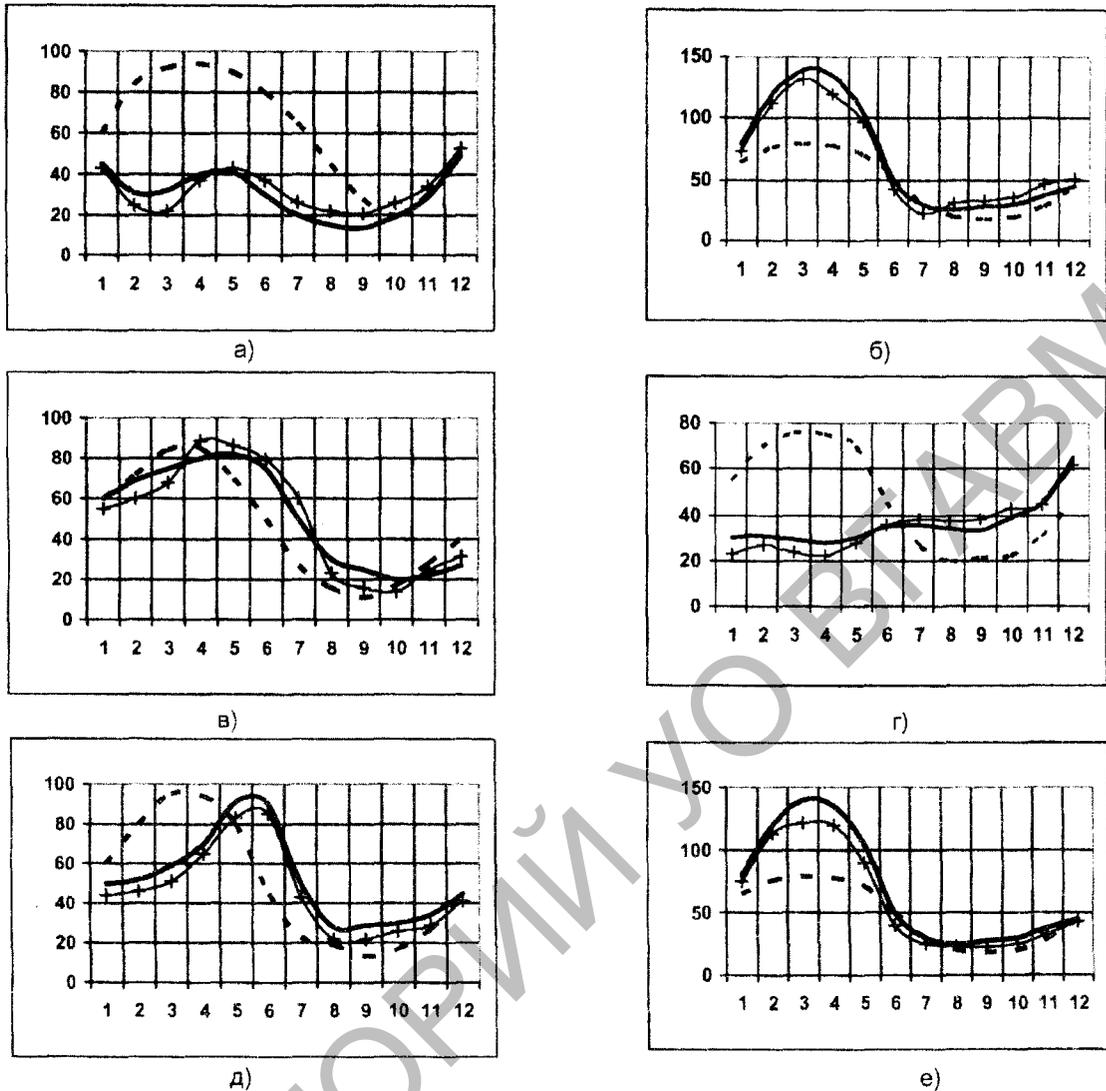


Рис. 1. Помесячная динамика заболеваемости туберкулезом в Республике Беларусь за 1992-1997 гг.

Фактические данные – сплошная линия, расчетные данные тенденций – штриховая линия, линии с крестиками – кривые прогноза. По оси абсцисс – месяцы, по оси ординат – интенсивные показатели  
1992 г. (а), 1993 г. (б), 1994 г. (в), 1995 г. (г), 1996 г. (д), 1997 г. (е).

$$r_{ij} = \frac{\sum_{i,j=1}^{72} (X_i - \bar{X}_i)(X_j - \bar{X}_j)}{\sqrt{\sigma_i^2 \sigma_j^2}}$$

где  $r_{ij}$  – коэффициент автокорреляции,  $X_i$  – фактическое значение показателя за данный месяц в одной точке наблюдения,  $\bar{X}_i$  – средняя арифметическая за этот же месяц по всем 6 точкам наблюдения,  $X_j$  – фактическое значение показателя за сравниваемый месяц в той же точке наблюдения,  $\bar{X}_j$  – средняя арифметическая за сравниваемый месяц по всем 6 точкам наблюдения,  $\sigma_i^2$  – дисперсия для  $\bar{X}_i$ ,  $\sigma_j^2$  – дисперсия для  $\bar{X}_j$ .

Динамический ряд был составлен из месячных показателей заболеваемости туберкулезом и лейкозом. Всего было взято 6 областей. Помесячные данные по этим областям были объединены в одну выборку. Сумма показателей одного месяца по 6 точкам наблюдения за 12 лет составляла 72 цифры. Такое количество значений достаточно для удовлетворительной точности вычисления коэффициентов автокорреляции. Объединение в одну выборку показателей заболеваемости по различным областям обосновано предположением об автономности эпизоотических процессов для каждой из этих точек наблюдения.

В связи с тем, что среди объединяемых точек наблюдения возможно было наличие существенно различных показателей, которые могли повлиять на среднюю арифметическую

и дисперсию всей выборки, сами средние арифметические, вычисленные по месяцам, могли быть также различны в разных точках наблюдения (т.е. годовой ход средних мог быть разным в различных точках), коэффициенты автокорреляции определялись по 2 вариантам. В первом при расчете сигм брали отклонения от средней арифметической, полученной для месячных показателей по всем 6 точкам, во втором - учитывали отклонения от средних арифметических, полученных для месячных показателей отдельно по каждой точке. Второй вариант позволяет устранить влияние особенностей каждой точки и каждого месяца на общую выборку. В каждом варианте получили 66 коэффициентов корреляции, всего

396. Доверительные интервалы для них были взяты из соответствующих таблиц.

Результаты вычислений можно расположить в виде таблицы отдельных коэффициентов автокорреляции (табл.1 и табл.2). По строкам расположены коэффициенты автокорреляции, показывающие связь одного месячного показателя со всеми остальными. Эта таблица представляет собой квадратную симметричную матрицу. Такое расположение позволяет наглядно показать зависимость статистической связи между месячными уровнями от 2 показателей - временного интервала между месяцами (в нашем случае  $\Delta t=1$  мес.) и конкретного отрезка времени (t), в котором берется этот интервал.

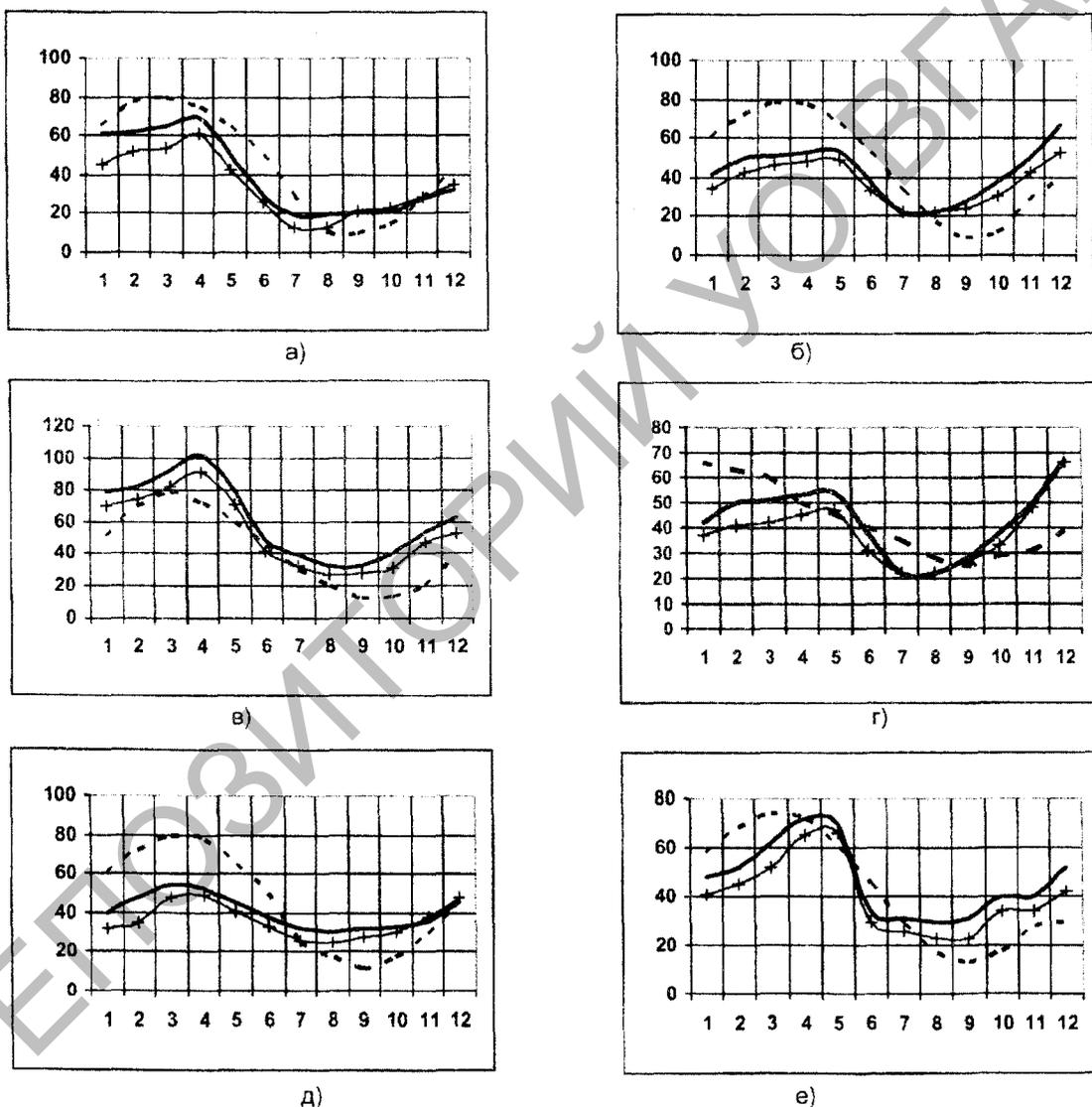


Рис. 2. Помесячная многолетняя динамика заболеваемости туберкулезом в Республике Беларусь за 1998-2003 гг.

Фактические данные – сплошная линия, расчетные данные тенденций – штриховая линия, линии с крестиками – кривые прогноза. По оси абсцисс – месяцы, по оси ординат – интенсивные показатели 1998 г. (а), 1999 г. (б), 2000 г. (в), 2001 г. (г), 2002 г. (д), 2003 г. (е).

Полученные коэффициенты автокорреляции были использованы затем для регрессионной экстраполяции показателей заболеваемости туберкулезом каждого последующего месяца на основании предыдущего. Расчеты выполнялись по формуле линейной регрессии:

$$N_2 = \bar{X}_2 + (N_1 - \bar{X}_1) \cdot r \frac{\sigma_2}{\sigma_1},$$

где  $N_1$  - фактический показатель за предыдущий месяц,  $N_2$  - прогнозируемый показатель за последующий месяц,  $X_{2,1}$  - средняя арифметическая для каждого данного месяца по конкретным точкам наблюдения,  $r$  - коэффициент корреляции между показателями предыдущего и последующих месяцев,  $\sigma_2$  - среднее квадратическое отклонение для последующего месяца,  $\sigma_1$  - среднее квадратическое отклонение для предыдущего месяца.

Таблица 1

Временная автокорреляционная матрица заболеваемости крупного рогатого скота туберкулезом

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	0,79	0,65	0,59	0,45	0,23	0,14	0,11	0,09	0,04	0,10	0,003
2		1	0,81	0,61	0,46	0,26	0,19	0,21	0,01	0,07	0,01	0,02
3			1	0,84	0,64	0,38	0,16	0,10	0,18	0,03	0,09	0,04
4				1	0,80	0,55	0,34	0,06	0,09	0,005	0,09	0,004
5					1	0,69	0,35	0,10	0,06	0,04	0,13	0,06
6						1	0,63	0,29	0,009	0,09	0,03	0,04
7							1	0,37	0,09	0,06	0,09	0,08
8								1	0,17	0,27	0,15	0,14
9									1	0,74	0,62	0,46
10										1	0,86	0,74
11											1	0,85
12												1

Доверительные интервалы прогноза определяли из соотношения:

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma^2 (1 - r^2)}$$

где  $\sigma_x$  - ошибка  $N_2$ ,  $\sigma_2$  - дисперсия средней арифметической для последующего месяца,  $r$  - коэффициент автокорреляции между показателями предыдущего и последующего месяцев (примеры расчета прогноза см. таблицу 3).

В отличие от типичной многолетней сезонной динамики, когда можно по существу лишь предвидеть тенденцию помесечной динамики, автокорреляционная функция позволяет вычислять уровень заболеваемости в будущем месяце на основании знания уровня заболеваемости в предыдущем (с определенной ошибкой прогноза).

Таблица 2

Временная автокорреляционная матрица заболеваемости крупного рогатого скота туберкулезом

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	0,93	0,82	0,73	0,58	0,45	0,32	0,14	0,02	0,06	0,15	0,20
2		1	0,94	0,86	0,72	0,57	0,42	0,26	0,12	0,09	0,02	0,06
3			1	0,95	0,86	0,72	0,55	0,40	0,28	0,24	0,16	0,09
4				1	0,94	0,83	0,68	0,51	0,38	0,32	0,25	0,18
5					1	0,87	0,76	0,59	0,47	0,42	0,35	0,28
6						1	0,88	0,76	0,67	0,61	0,54	0,47
7							1	0,88	0,77	0,73	0,70	0,63
8								1	0,88	0,84	0,84	0,76
9									1	0,96	0,92	0,86
10										1	0,92	0,97
11											1	0,96
12												1

По материалам данного исследования выявлена заметная, устойчивая статистическая связь между месячными показателями заболеваемости туберкулезом. Теснота связи в осенне-зимний период была несколько большей ( $r = 0,95$ ), чем в летние месяцы ( $r = 0,86$ ). В то же время статистические связи между всеми показателями заболеваемости туберкулезом попарно сопоставленных месяцев были приблизительно одинаковы (см. табл.1), что свидетельствовало в пользу стационарности процесса по отношению к нормированному отклонению  $\frac{x_i - \bar{x}_i}{\sigma_i}$ . Следова-

тельно, можно получить автокорреляционную

функцию путем осреднения коэффициентов автокорреляции за  $\Delta t = 1$  мес. Вид кривой автокорреляции, вычисленный для туберкулеза по абсолютным показателям, свидетельствует о неоднородности выборки, которую не наблюдали при использовании интенсивных показателей.

Несколько отличающиеся данные получены при анализе заболеваемости лейкозом. В этом случае наблюдалось существенное различие между коэффициентами автокорреляции для летних и осенне-зимних месяцев (для летних  $r = 0,17-0,37$ , для зимних  $r = 0,80-0,86$ ).

Таблица 3

**Показатели заболеваемости крупного рогатого скота туберкулезом по данным предыдущих месяцев по сравнению с фактическими в Республике Беларусь за 2003 г.**

( $X_{1,2}$  - средние арифметические за 12 лет;  $\sigma_{1,2}$  - средние квадратические отклонения;  $N_1$  - фактические данные;

$N_2$  - прогнозируемые показатели;  $\pm \sigma_x$  - ошибка прогноза)

Обозначение	1	2	3	4	5	6
$X_{1,2}$	53,6	58,6	72,4	71,5	58,8	30,0
$\sigma_{1,2}$	42,9	40,5	42,5	39,0	32,8	18,7
$N_1$	30,7	27,4	38,4	36,2	29,9	18,9
$N_2$	-	35,7	41,6	41,9	31,0	13,8
$\pm \sigma_x$	-	15,9	23,0	26,7	26,4	16,6

Продолжение таблицы 3

Обозначение	7	8	9	10	11	12
$X_{1,2}$	15,9	13,3	15,7	24,8	33,9	47,1
$\sigma_{1,2}$	11,8	8,5	9,8	18,0	25,0	31,7
$N_1$	11,1	10,5	13,4	19,3	25,0	40,2
$N_2$	9,8	10,3	8,1	23,6	30,3	36,4
$\pm \sigma_x$	15,0	6,4	9,7	18,1	24,9	31,0

Таблица 4

**Помесячная многолетняя динамика заболеваемости крупного рогатого скота туберкулезом и лейкозом в 6 областях Республики Беларусь**

(а - средние показатели заболеваемости туберкулезом; б - квадратическое отклонение; в - средние показатели заболеваемости лейкозом; г - квадратическое отклонение)

Показатели	Месяцы											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
а	62	61	67	64	56	38	22	15	18	30	39	50
б	42	40	42	38	32	18	10	8	8	18	23	29
в	98	85	77	66	51	30	16	10	15	37	60	82
г	28	28	21	17	11	8	3	2	2	8	12	19

Годовой ход дисперсий оказался подобен ходу средних месячных показателей как при туберкулезе, так и при лейкозе (см. табл.4).

При использовании обоих вариантов расчета сигм получены близкие значения. Большая дисперсия, наблюдавшаяся для показателей заболеваемости в осенние и зимние месяцы, по нашему мнению, может означать высокую вари-

Поступила 7.02.2005 г.

бельность уровней заболеваемости в эти месяцы (месяцы сезонных подъемов). В то же время в середине года (июль - сентябрь), когда показатели заболеваемости существенно меньше осенне-зимних, они более постоянны. Анализ значений дисперсий в разные месяцы позволяет предположить, что влияние разнообразных факторов на заболеваемость необходимо изучать отдельно по месяцам.